



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, BOTOȘANI
15.02.2025

Clasa a VI-a

Subiectul I (7 puncte)

- a) Aflați cel mai mic număr natural de forma \overline{abcd} știind că $\frac{a}{a+5} = \frac{c}{c+5} = \frac{2}{d+2}$.
- b) Aflați numerele naturale a , b și c invers proporționale cu numerele 21, 30 și 70 știind că $a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 2025$.

Subiectul II (7 puncte)

- a) Aflați care poate fi ultima cifră a pătratului unui număr prim.
- b) Fie p un număr prim pentru care $p^4 - 26$ este tot un număr prim. Demonstrați că, din orice mulțime cu cel puțin șase elemente numere naturale, putem alege două a căror diferență este divizibilă cu p .

Gazeta Matematică

Subiectul III (7 puncte)

- a) Arătați că numerele $7n + 8$ și $8n + 9$ sunt prime între ele pentru orice număr natural n .
- b) Determinați numărul perechilor (a, b) de numere naturale pentru care există un număr natural n astfel încât $\frac{a}{b} = \frac{7n+8}{8n+9}$ și $11a + 13b \leq 1000$.

(etapa județeană 2024, enunț modificat)

Subiectul IV (7 puncte)

Fie semidreptele opuse OM și ON astfel încât OM este bisectoarea unghiului $\angle AOB$, ON este bisectoarea unghiului $\angle COD$ și măsura unghiului $\angle AOB$ este mai mare decât măsura unghiului $\angle COD$.

- a) Demonstrați că unghiurile $\angle AOC$ și $\angle BOD$ sunt congruente.
- b) Dacă $\angle AOC = 165^\circ$, iar $\angle AOB$ și $\angle COD$ sunt complementare, aflați măsura unghiului $\angle AOB$.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore;
- Toate subiectele sunt obligatorii.